

Contrôle de connaissance n°1 du groupe 1
Nombres complexes et Trigonométrie

Exercice 1 1. Trouver l'ensemble des nombres complexes $z \neq i$ tel que le nombre $\frac{6-2z}{z-3i}$ soit un réel.

2. Trouver l'ensemble des nombres complexes $z \neq i$ tel que le nombre $\frac{6-2z}{z-3i}$ soit un complexe pur.

Exercice 2 Soient a et b deux entiers relatifs. Supposons que a et b soient sommes de deux carrés, *i.e.*

$$\exists x, y, z, t \in \mathbb{Z} \text{ tels que } a = x^2 + y^2 \text{ et } b = z^2 + t^2$$

Montrer que ab est encore somme de deux carrés (*idée* : se rappeler que $(x^2 + y^2)(z^2 + t^2) = |x + iy|^2 |z + it|^2$).